８．量的データの解析方法２
（分散分析と実験計画法）

内　容

１．分散分析の前提条件

２．分散分析の考え方

３．１要因実験計画と２要因実験計画

４．参加者間実験計画と参加者内実験計画

５．多重比較

６．変数変換

７．実験計画法

3

１．分散分析の前提条件

各水準において

- 母集団における分布の正規性

プロット
Shapiro-Wilk検定 → 変数変換
ノンパラ検定

- 母分散の等質性

対応なし
Levene検定 → Welchの法

対応あり
球面性の検定 → 自由度の調整

- 測定値の独立性

4

- データはランダムな順番に取る
- できるだけ多くのデータを取る（20ケース以上を）

5

2．分散分析の考え方

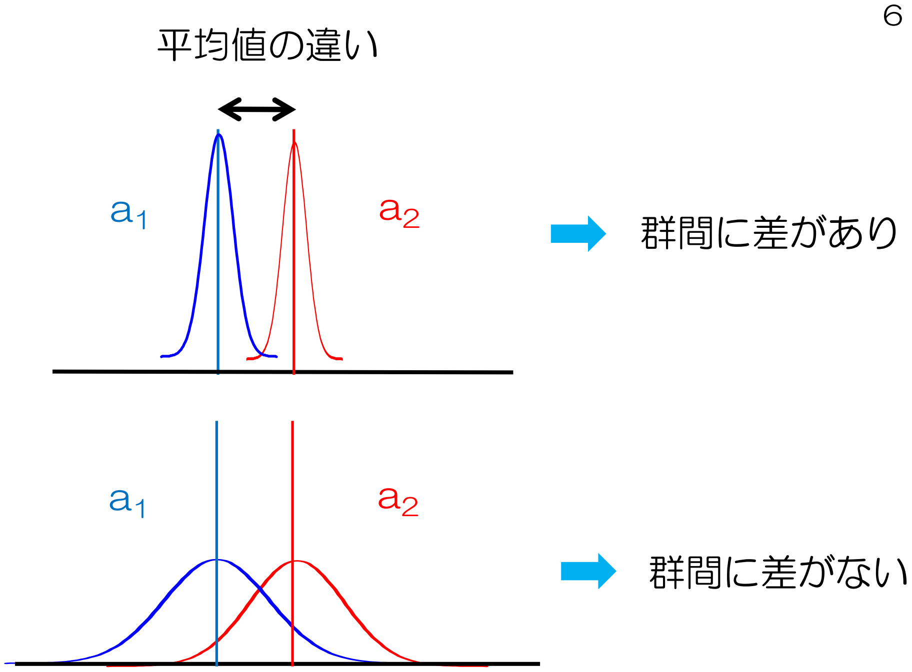
Analysis of Variance　（ANOVA）

帰無仮説（H_0）：各群の平均値は同じ

対立仮説（H_1）：各群の平均値は異なる

群間の平均値の違いを
群内のデータのばらつき（＝不偏分散）と比較し、
十分に大きいかどうかを判断する

6



7

ばらつきの指標：不偏分散

母分散の（不偏）推定量

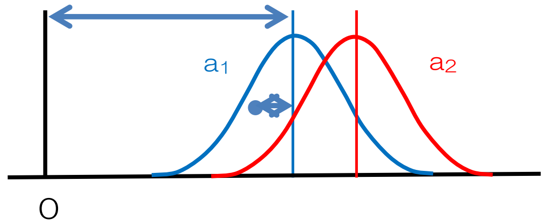
$$不偏分散 u^2 = \frac{偏差平方和}{自由度} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\bar{x}-x_i)^2$$

群間の不偏分散　と　群内の不偏分散　の比を
F分布を使って比較

① データ ＝ 群平均＋群内のばらつき

8

（群本来の値の推定値）



データ

a_1	a_2
7	8
7	10
8	8
6	10

＝

群平均

a_1	a_2
7	9
7	9
7	9
7	9

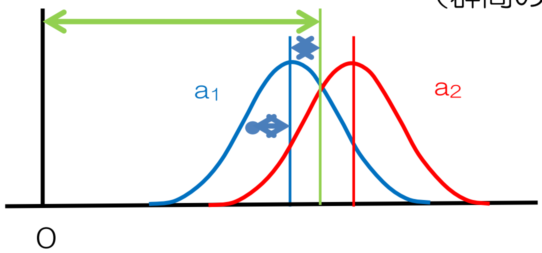
＋

群内のばらつき

a_1	a_2
0	−1
0	1
1	−1
−1	1

② データ ＝ 全体平均＋群による違い＋群内のばらつき

（群間のばらつき）



データ ＝ 全体平均 ＋ 群による違い（群間のばらつき） ＋ 群内のばらつき

データ

a_1	a_2
7	8
7	10
8	8
6	10

＝ 全体平均

a_1	a_2
8	8
8	8
8	8
8	8

＋ 群による違い（群間のばらつき）

a_1	a_2
−1	1
−1	1
−1	1
−1	1

＋ 群内のばらつき

a_1	a_2
0	−1
0	1
1	−1
−1	1

③、④ 群間のばらつき、群内のばらつき 10

ばらつき＝不偏分散

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1}$$

③ 群間のばらつき

分子：群平均と全体平均の偏差平方和（群間平方和S_b）

$(-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 = 8$

分母：群間平方和の自由度（df_b）

群数（2）－1 ＝ 1

不偏分散（群間平均平方V_b）

群間平方和／自由度 ＝ 8 / 1 = 8

④ 群内のばらつき　11

分子：生データと群平均の偏差平方和：群内平方和S_w）

$$0^2 + 0^2 + 1^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + 1^2 + (-1)^2 + 1^2 = 6$$

分母：群内平方和の自由度（df_w）

（群内のデータ数（4）－1）×群数（2）　＝　6

不偏分散（群内平均平方V_w）

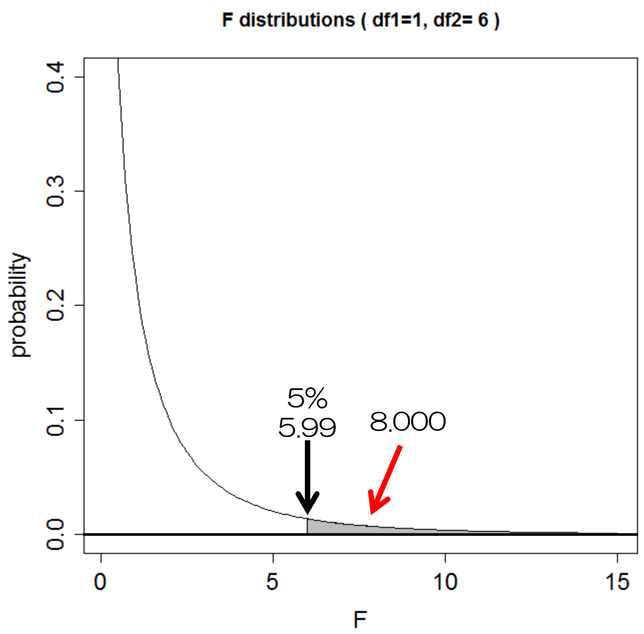
群内平方和／自由度　＝　6 / 6 = 1

⑤ F比

$$F = \frac{\text{群間平均平方}}{\text{群内平均平方}}$$

$F \sim F(df_b, df_w)$ 分布

12



13

フィッシャーの分散比と*F*分布

Uは、自由度k_1のχ^2分布に従う。

Vは、自由度k_2のχ^2分布に従う。

UとVは、独立である。

$$F = \frac{U/k_1}{V/k_2}$$

は、自由度（k_1, k_2）の*F*分布$F(k_1, k_2)$に従う。

14

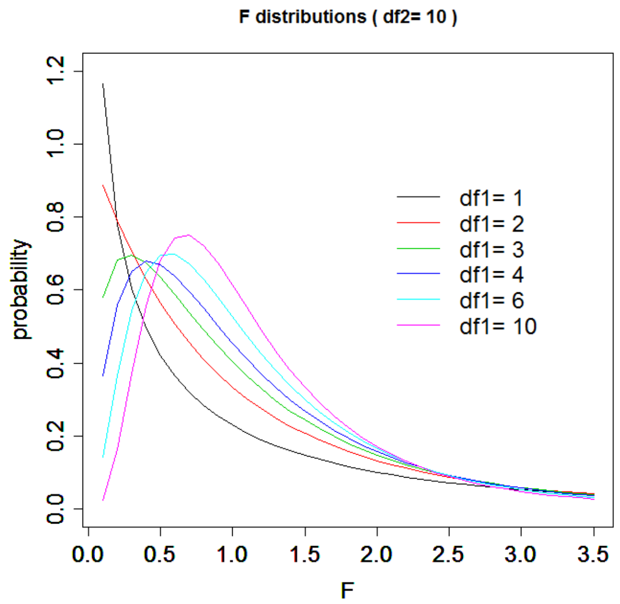
$$F = \frac{\dfrac{(m-1)s_1^2}{\sigma_1^2}\Big/(m-1)}{\dfrac{(n-1)s_2^2}{\sigma_2^2}\Big/(n-1)} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} * \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

$\sigma_1=\sigma_2$のとき、

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

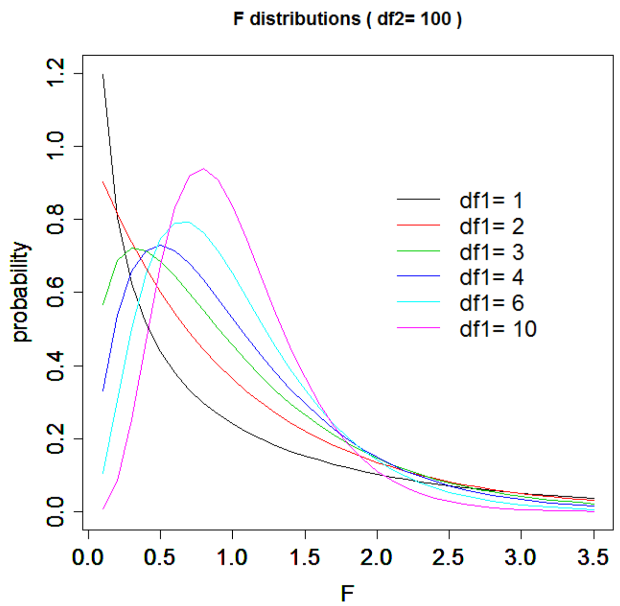
F分布：分散の比の分布

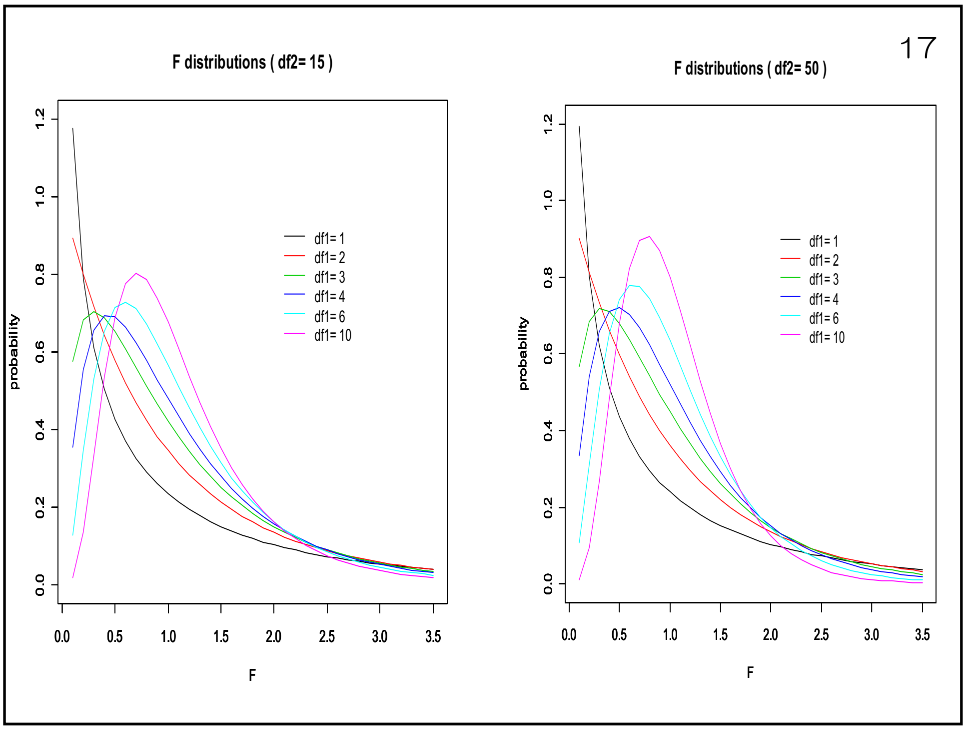
15

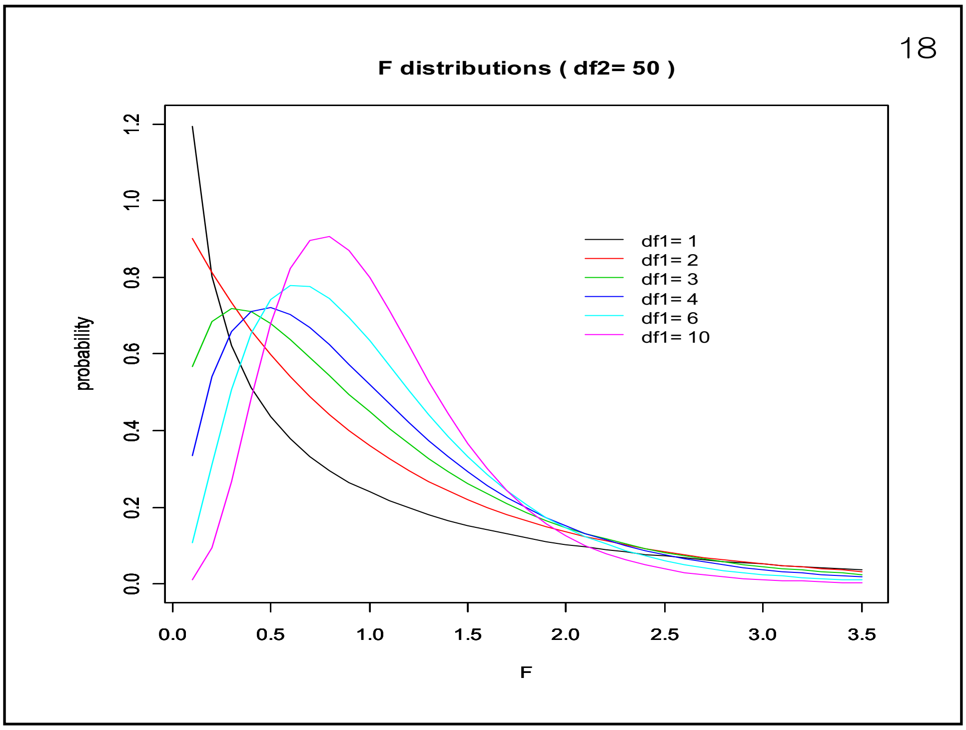


F分布：分散の比の分布

16




17
F distributions (df2= 15)
F distributions (df2= 50)
df1= 1
df1= 2
df1= 3
df1= 4
df1= 6
df1= 10
probability
F


18
F distributions (df2= 50)
df1= 1
df1= 2
df1= 3
df1= 4
df1= 6
df1= 10
probability
F

19

1要因参加者間実験計画の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F値	p
群間	S_b	df_b	$V_b=S_b/df_b$	$F=V_b/V_w$	
群内	S_w	df_w	$V_w=S_w/df_w$		
全体	S_t	df_t			

20

```
dat <- c(7,7,8,6,8,10,8,10)
g <- factor( c(1,1,1,1,2,2,2,2))
oneway.test(dat~g, var.equal=T)
```

カテゴリ変数を生成

```
一元配置分散分析

データ: dat と g
F = 8, 第1自由度 = 1, 第2自由度 = 6, P値 = 0.03002
```

```
summary(aov(dat~g))
```

```
            Df   Sum Sq   Mean Sq   F value   Pr(>F)
g            1        8         8         8   0.03002 *
Residuals    6        6         1
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

21

論文での記載例

Source	SS	*df*	MS	*F*	*p*
Factor	8	1	8	8.000	0.030 *
Error	6	6	1		
Total	14	7			

* p<.05

一元配置分散分析
一要因分散分析
参加者間分散分析
を実施した。

その結果、$F(1,6)=8.000$, $p<.05$であり、有意な差が認められた。

22

oneway.test は等分散を仮定しないウェルチの検定がデフォルト。

23

例）　１要因参加者間実験計画

記憶方略として４条件を設定し、各条件に８人を割り当てて実験をした。

a_1	a_2	a_3	a_4
9	6	10	9
7	5	13	11
8	6	8	13
8	3	13	14
12	6	12	16
11	7	14	12
8	10	14	15
13	9	16	14

(心理学のためのデータ解析テクニカルブックp.86)

24

```
dat <- c(
9, 7, 8, 8, 12, 11, 8, 13,
6, 5, 6, 3, 6, 7, 10, 9,
10, 13, 8, 13, 12, 14, 14, 16,
9, 11, 13, 14, 16, 12, 15, 14)

g <- factor(c(rep("A1",8), rep("A2",8),
rep("A3",8), rep("A4",8)))

oneway.test(dat~g, var.equal=T)
```

```
一元配置分散分析

データ: datとg
F = 13.7162, 第1自由度 = 3, 第2自由度 = 28, P値 = 1.089e-05
```

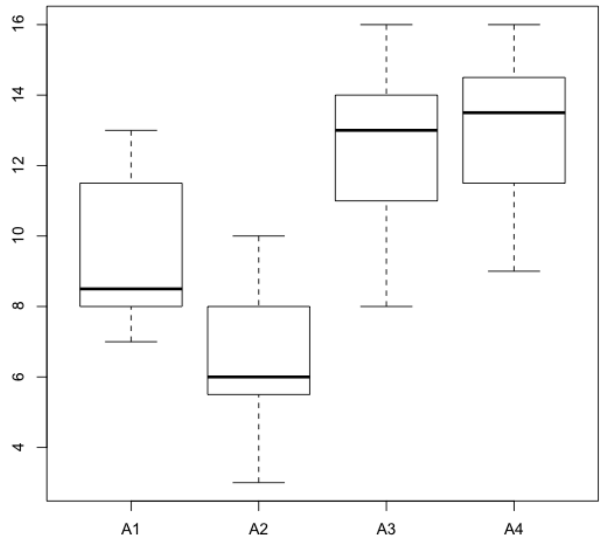
25

summary(aov(dat~g))

```
             Df  Sum Sq  Mean Sq  F value   Pr(>F)
g             3   217.5    72.50    13.72 1.09e-05 ***
Residuals    28   148.0     5.29
---
Signif. codes:  0  '***'  0.001  '**'  0.01  '*'  0.05
 '.'  0.1  ' '  1
```

26

plot(g, dat)



27

３．１要因実験計画と２要因実験計画

参加者間実験計画の場合

28

１要因参加者間分散分析の構造

生データ

a_1	a_2
7	8
7	10
8	8
6	10

＝

全体平均

a_1	a_2
8	8
8	8
8	8
8	8

＋

群による違い
＝群間のばらつき

a_1	a_2
−1	1
−1	1
−1	1
−1	1

＋

群内の
ばらつき

a_1	a_2
0	−1
0	1
1	−1
−1	1

生データ−全体平均＝群間のばらつき＋群内のばらつき

S_t 　　S_b 　　S_w

全体平方和＝群間平方和＋群内平方和

29

１要因参加者間分散分析の平方和の分解

$$総平方和 = \sum(生データ - 全平方)^2$$

||

$$群間平方和 = \sum(群平均 - 全平均)^2$$

＋

$$群内平方和 = \sum(生データ - 群平均)^2$$

30

分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F値	p
群間	S_b	df_b	$V_b=S_b/df_b$	$F=V_b/V_w$	
群内	S_w	df_w	$V_w=S_w/df_w$		
全体	S_T	df_T			

Source	SS	*df*	MS	*F*	*p*
Factor	8	1	8	8.000	0.030 *
Error	6	6	1		
Total	14	7			

* $p<.05$

２要因参加者間分散分析の構造

31

総平方和S_T＝　A間（Aの主効果の）平方和S_A
＋B間（Bの主効果の）平方和S_B
＋交互作用の平方和$S_{A\times B}$
＋誤差平方和S_e

２要因参加者間分散分析の平方和の分解

32

$$総平方和 S_T = \sum(生データ - 全平均)^2$$

$$\|$$

$$A間平方和 S_A = \sum(要因Aの各水準の平均 - 全平均)^2$$

$$+$$

$$B間平方和 S_B = \sum(要因Bの各水準の平均 - 全平均)^2$$

$$+$$

$$交互作用の平方和 S_{A\times B} = \underline{\sum(条件平均 - 全平均)^2} - S_A - S_B$$

$$+$$

$$誤差平方和 S_e = \sum(生データ - セル平均)^2$$

セル平均

33

２要因参加者間実験計画の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F値
A	S_A	df_A	$V_A=S_A/df_A$	$F_A=V_A/V_e$
B	S_B	df_B	$V_B=S_B/df_B$	$F_B=V_B/V_e$
A×B	$S_{A\times B}$	$df_{A\times B}$	$V_{A\times B}=S_{A\times B}/df_{A\times B}$	$F_{A\times B}=V_{A\times B}/V_e$
誤差	S_e	df_e	$V_e=S_e/df_e$	
全体	S_T	df_T		

$$df_{A\times B}= df_A \times df_B$$

$$df_e= \text{全データ数}-1-df_A- df_B- df_{A\times B}$$

$$df_e=\sum(\text{各条件のデータ数}-1)$$

34

２要因参加者間実験計画

A要因	A1		A2	
B要因	B1	B2	B1	B2
	7	8	7	9
	7	10	9	11
	8	8	9	10
	6	10	7	10

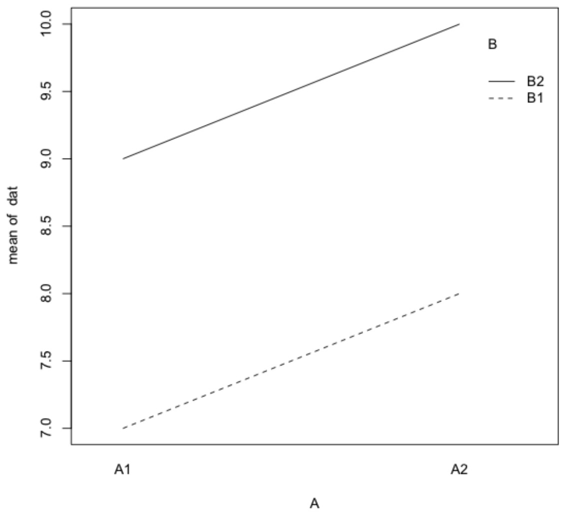
```
dat <- c(7,7,8,6,8,10,8,10,7,9,9,7,9,11,10,10)
A <- factor(c(rep("A1",8),rep("A2",8)))
B <- factor(c(rep(c(rep("B1",4),rep("B2",4)),2)))
summary(aov(dat~A*B))
```

35

```
              Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
A              1      4       4       4 0.06866 .
B              1     16      16      16 0.00176 **
A:B            1      0       0       0 1.00000
Residuals     12     12       1
---
Signif. codes:  0  ‘***’  0.001  ‘**’  0.01  ‘*’  0.05
  ‘.’  0.1  ‘ ’  1
```

36

interaction.plot(A,B,dat)



37

２要因参加者間実験計画の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F値	*p*	
A	4.000	1	4.000	4.000	0.069	+
B	16.000	1	16.000	16.00 0	0.002	**
A×B	0.000	1	0.000	1.000	1.000	
誤差	12.000	12	1.000			
全体	32.000	15				

+ $p<.10$, ** $p<.01$

２要因分散分析の結果、A要因の主効果については有意傾向（$F(1,12)=4.000$, $p<.10$）がみられ、B要因の主効果について有意な差（ $F(1,12)=16.000$, $p<.01$）がみられた。交互作用は有意でなかった（ $F(1,12)=1.000$, *n.s.*）。

38

例）　２要因参加者間実験計画

A要因２水準、B要因４水準を設定し、各条件に５人を割り当てて実験をした。

a_1				a_2			
b_1	b_2	b_3	b_4	b_1	b_2	b_3	b_4
3	4	6	5	3	2	3	2
3	3	6	7	5	6	2	3
1	4	6	8	2	3	3	3
3	5	4	7	4	6	6	4
5	7	8	9	6	4	5	6

(心理学のためのデータ解析テクニカルブックp.94)

39

```
dat <- c(
3, 3, 1, 3, 5,
4, 3, 4, 5, 7,
6, 6, 6, 4, 8,
5, 7, 8, 7, 9,
3, 5, 2, 4, 6,
2, 6, 3, 6, 4,
3, 2, 3, 6, 5,
2, 3, 3, 4, 6)

A <- factor(c(rep("A1",20), rep("A2",20)))

B <- factor(c(rep("B1",5), rep("B2",5), rep("B3",5), rep("B4",5),
rep("B1",5), rep("B2",5), rep("B3",5), rep("B4",5)))

summary(aov(dat~A*B))
```

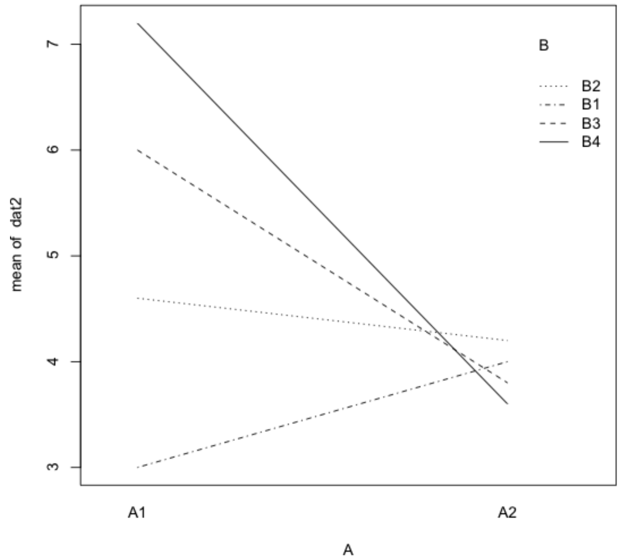
40

```
summary(aov(dat~A*B))
```

```
            Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
A            1   16.9  16.900   7.042 0.0123 *
B            3   19.7   6.567   2.736 0.0597 .
A:B          3   30.5  10.167   4.236 0.0125 *
Residuals   32   76.8   2.400
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05
 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

41

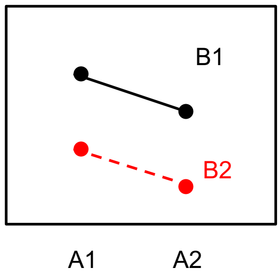
interaction.plot(A,B,dat)



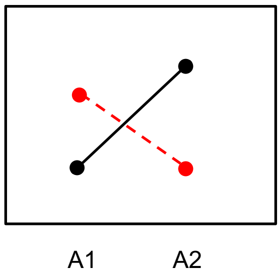
42

交互作用

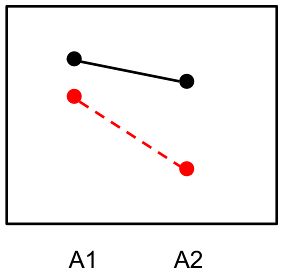
ある要因の影響の大きさや方向が、
別の要因の水準によって異なる



逆方向の交互作用



順方向の交互作用



２要因参加者間実験計画

A要因	A1		A2	
B要因	B1	B2	B1	B2
	7	8	9	7
	7	10	11	9
	8	8	10	9
	6	10	10	7

```
dat <- c(7,7,8,6,8,10,8,10,9,11,10,10,7,9,9,7)
A <- factor(c(rep("A1",8),rep("A2",8)))
B <- factor(c(rep(c(rep("B1",4),rep("B2",4)),2)))
summary(aov(dat~A*B))
```

45

```
              Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
A              1      4       4       4 0.06866 .
B              1      0       0       0 1.00000
A:B            1     16      16      16 0.00176 **
Residuals     12     12       1
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05
 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

46

２要因参加者間実験計画の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F値	*p*	
A	4.000	1	4.000	4.000	0.069	+
B	0.000	1	0.000	0.000	1.000	
A×B	16.000	1	16.000	16.000	0.002	**
誤差	12.000	12	1.000			
全体	32.000	15				

+ $p<.10$, ** $p<.01$

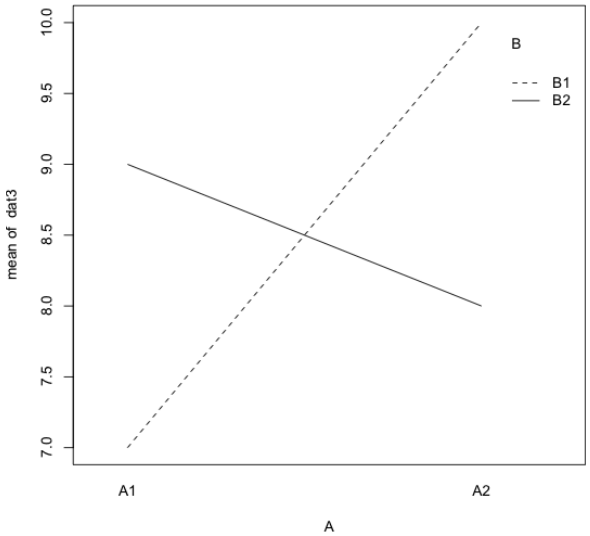
２要因分散分析の結果、交互作用がみられた

（ $F(1,12)=16.000$, $p<.01$）。

交互作用があった場合は、主効果については議論しない

47

interaction.plot(A,B,dat)



48

単純主効果の分析

①各要因において水準別に効果を検討する。

例えば、AとBの交互作用の場合、Aの各水準a_iごとに要因Bの１要因分散分析をする。Bについても同じ。

②有意であった単純主効果が３水準以上をもつ場合、多重比較をする。

※　単純主効果の分析をせずに、多重比較をするのは間違い。

49

4．参加者間実験計画と参加者内実験計画

反復測定データ

各水準のデータ間に相関が生じる可能性が高い

F分布に歪みが生じる

※ 参加者間分散分析を要因分散分析、
参加者内分散分析を反復測定分散分析と呼ぶこともある

50

1要因参加者間分散分析の構造

生データ ＝ 全体平均 ＋ 群による違い＝群間のばらつき ＋ 群内のばらつき

生データ

a_1	a_2
7	8
7	10
8	8
6	10

＝

全体平均

a_1	a_2
8	8
8	8
8	8
8	8

＋

群による違い＝群間のばらつき

a_1	a_2
－1	1
－1	1
－1	1
－1	1

＋

群内のばらつき

a_1	a_2
0	－1
0	1
1	－1
－1	1

生データ－全体平均＝群間のばらつき＋群内のばらつき
S_t　　S_b　　S_w

全体平方和＝群間平方和＋群内平方和

1要因参加者間分散分析の平方和の分解

51

$$総平方和 = \sum(生データ - 全平均)^2$$

$$||$$

$$群間平方和 = \sum(群平均 - 全平均)^2$$

$$+$$

$$群内平方和 = \sum(生データ - 群平均)^2$$

分散分析表

52

要因	平方和	自由度	平均平方	*F*値	*p*
群間	S_b	df_b	$V_b=S_b/df_b$	$F=V_b/V_w$	
群内	S_w	df_w	$V_w=S_w/df_w$		
全体	S_T	df_T			

Source	SS	*df*	MS	*F*	*p*
Factor	8	1	8	8.000	0.030 *
Error	6	6	1		
Total	14	7			

＊ *p*<.05

53

1要因参加者内分散分析の構造

総平方和S_T ＝ 条件間平方和S_A

$$\left.\begin{array}{l}＋参加者間平方和S_W \\ ＋残差平方和S_e\end{array}\right\} 偶然誤差$$

54

1要因参加者内分散分析の平方和の分解

$$総平方和S_T = \sum(生データ - 全平均)^2$$

$$\parallel$$

$$条件間平方和S_A = \sum(条件平均 - 全平均)^2$$

$$+$$

$$参加者間平方和S_w = \sum(各参加者の平均 - 全平均)^2$$

$$+$$

$$残差平方和S_e = \sum(生データ - 条件平均)^2 - 参加者間平方和$$

1要因参加者内実験計画の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F値	p
条件	S_A	df_A	$V_A=S_A/df_A$	$F=V_A/V_e$	
個人差	S_W	df_W	$V_W=S_W/df_W$		
残差	S_e	df_e	$V_e=S_e/df_e$		
全体	S_T	df_T			


```
dat <- c(7,7,8,6,8,10,8,10)
A <- factor( c(1,1,1,1,2,2,2,2))
g <- factor(rep(1:4,2))
summary(aov(dat~A+Error(g)))
```

```
Error: g
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals  3      1  0.3333

Error: Within
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
A          1      8   8.000     4.8  0.116
Residuals  3      5   1.667
```

57

１要因参加者内実験計画の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F値	p
条件	8	1	8.000	4.800	0.116
個人差	1	3	0.333		
残差	5	3	1.667		
全体	14	7			

58

２要因参加者内実験計画

A要因	A1		A2	
B要因	B1	B2	B1	B2
参加者A	7	8	7	9
参加者B	7	10	9	11
参加者C	8	8	9	10
参加者D	6	10	7	10

```
dat <- c(7,7,8,6,8,10,8,10,7,9,9,7,9,11,10,10)
A <- factor(c(rep("A1",8),rep("A2",8)))
B <- factor(c(rep(c(rep("B1",4),rep("B2",4)),2)))
g <- factor(rep(1:4,4))
summary(aov(dat~A*B+Error(g+g:A+g:B+g:A:B)))
```

59

```
Error: g
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals  3      5   1.667

Error: g:A
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
A          1      4   4.000      12 0.0405 *
Residuals  3      1   0.333

Error: g:B
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
B          1     16  16.000     9.6 0.0534 .
Residuals  3      5   1.667

Error: g:A:B
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
A:B        1      0  0.0000       0      1
Residuals  3      1  0.3333
```

Aの主効果

Bの主効果

交互作用

60

２要因参加者内計画の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F値	*p*	
個人差S	5.000	3	1.667			
A	4.000	1	4.000	12.000	0.041	*
S×A	1.000	3	0.333			
B	16.000	1	16.000	9.600	0.053	+
S×B	5.000	3	1.667			
A×B	0.000	1	0.000	0.000	1.000	
S×A×B	1.000	3	0.333			
全体	32.000	15				

+ $p<.10$, * $p<.05$

参加者内計画と参加者間計画の違い

- 参加者内計画は参加者間計画よりも参加者の数が少なくてすむ。
- 参加者内計画は参加者間計画よりも検定力が高くなる。
- 参加者内計画は参加者の負担が大きい。
- 参加者内計画では練習効果や順序効果を考慮する必要がある。

↓

カウンターバランス
ランダマイゼーション（無作為化）

（『よくわかる心理統計』より）

- 水準間に相関が生じやすい。

↓

球面性の検定
自由度の調節

- 多重比較が限られる。

63

球面性の仮定

参加者内計画における
すべての条件間の差の等分散性

成り立たないときは、不当に有意確率が小さくなる。

1. 自由度を調整
   Greenhouse-GeisserやHuynh-Feldtの方法

2. 多変量分散分析（MANOVA）
   イプシロンが０に近いとき
   検出力は低い

64

例）　１要因参加者内実験計画
４種類の教授法の効果を調べるため、IQの等質な
８名からなるグループを作って実験した。

a_1	a_2	a_3	a_4
9	6	10	9
7	5	13	11
8	6	8	13
8	3	13	14
12	6	12	16
11	7	14	12
8	10	14	15
13	9	16	14

（心理学のためのデータ解析テクニカルブックp.91）

65

```
dat <- c(
 9,  7,  8,  8, 12, 11,  8,  13,
 6,  5,  6,  3,  6,  7, 10,  9,
10, 13, 8, 13, 12, 14, 14, 16,
 9, 11, 13, 14, 16, 12, 15, 14)

A <- factor(c(rep("A1",8), rep("A2",8), rep("A3",8), rep("A4",8)))

g <- factor(rep(1:8,4))

summary(aov(dat~A+Error(g)))
```

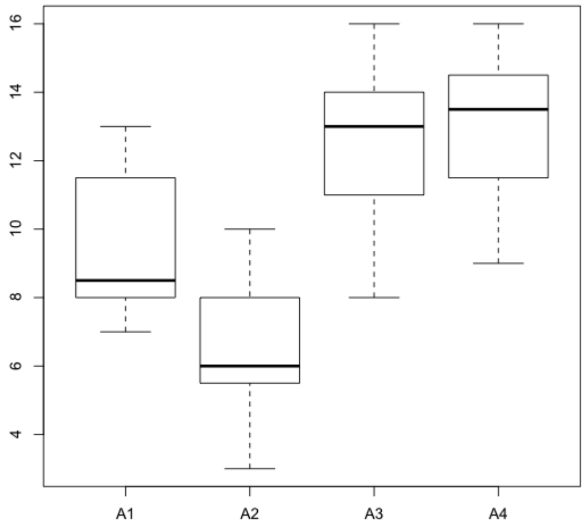
66

```
summary(aov(dat~A+Error(g)))
```

```
Error: g
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals  7     77      11

Error: Within
          Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
A          3  217.5   72.50   21.44 1.35e-06 ***
Residuals 21   71.0    3.38
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05
 '.' 0.1 ' ' 1
```

67

plot(A,dat)



68

例）　２要因参加者内実験計画

A要因２水準、B要因４水準を設定し、５人にすべての条件を割り当てて実験をした。

a_1				a_2			
b_1	b_2	b_3	b_4	b_1	b_2	b_3	b_4
3	4	6	5	3	2	3	2
3	3	6	7	5	6	2	3
1	4	6	8	2	3	3	3
3	5	4	7	4	6	6	4
5	7	8	9	6	4	5	6

(心理学のためのデータ解析テクニカルブックp.116)

69

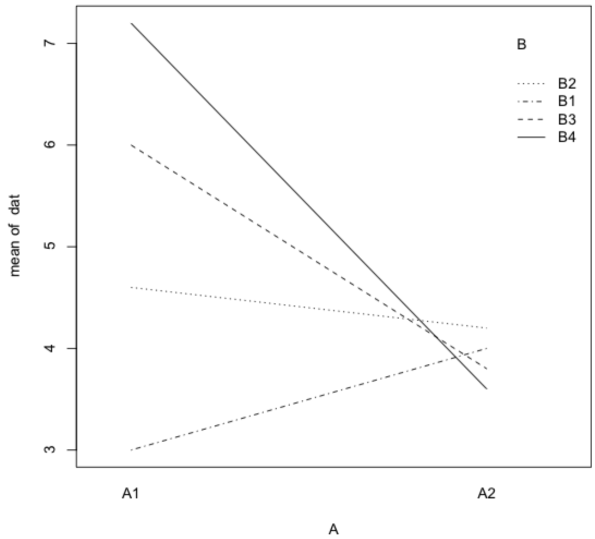
```
dat <- c(
3, 3, 1, 3, 5,
4, 3, 4, 5, 7,
6, 6, 6, 4, 8,
5, 7, 8, 7, 9,
3, 5, 2, 4, 6,
2, 6, 3, 6, 4,
3, 2, 3, 6, 5,
2, 3, 3, 4, 6)

A <- factor(c(rep("A1",20), rep("A2",20)))
B <- factor(c(rep("B1",5), rep("B2",5), rep("B3",5), rep("B4",5),
rep("B1",5), rep("B2",5), rep("B3",5), rep("B4",5)))

g <- factor(rep(1:5,8))

summary(aov(dat~A*B+Error(g+g:A+g:B+g:A:B)))
```

70

```
Error: g
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals  4  38.15   9.538

Error: g:A
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
A          1  16.90  16.900   8.096 0.0466 *
Residuals  4   8.35   2.087
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Error: g:B
          Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
B          3  19.70   6.567   6.038 0.00952 **
Residuals 12  13.05   1.087
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Error: g:A:B
          Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
A:B        3  30.50  10.167   7.072 0.00541 **
Residuals 12  17.25   1.437
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

71

interaction.plot(A,B,dat)



72

5．多重比較

どの群の間に差があるかを検討する

t 検定を繰り返しては駄目

- Bonferroni
- TukeyのHSD（Honestly Significant Difference）
- ×• FisherのLSD（Least Significant Difference）

73

事前検定（アプリオリ検定）

事後検定（アポステリオリ検定）

何にでもOK

74

Bonferroni	検定力が低い
Holm	Bonferroniの改良版
Shaffer	Holmの改良版

対照群との比較

Dunnet	

対応のないデータ（参加者間実験計画）の対比較

Tukey	Scheff éより検出力が高い
Scheff é	ANOVAと矛盾しない、線形対比が可能
DunnetのC,T3	不等分散データ
Games-Howell	不等分散データ

ノンパラ

Steel-Dwass	Tukeyに対応
Steel	Dunnetに対応

75

Bonferroniの方法

有意水準 α の検定を k 回繰り返す場合

$$\text{有意水準} = \frac{\alpha}{k}$$

$$1-(1-\alpha)^k \approx k\alpha$$

76

Holm

SRB（Sequentially Rejective Bonferroni）

1. すべての比較について検定統計量、ｐ値を求める。
2. ｐ値の小さい順に並べる
3. ｐ値の最も小さい比較について、Bonferroniを適用する。
4. 次に小さい比較については、有意水準を調整する分母を一つ減らして検定する。
5. この手続きを繰り返し、有意でなくなったら終了

77

Shaffer

MSRB（Modified Sequentially Rejective Bonferroni）

78

Student化された範囲 q

母分散の推定量により割って調整すること。

$$t = \frac{\overline{X}-\mu}{u/\sqrt{n}} = \frac{\overline{X}-\mu}{s/\sqrt{n-1}} \sim t(n-1)\text{分布}$$

$$q = \frac{x_{\max}-x_{\min}}{u/\sqrt{n}} = \frac{x_{\max}-x_{\min}}{\sqrt{u^2/n}}$$

群内平均平方、誤差項の平均平方

～スチューデント化された範囲の分布

Tukeyの方法

$$q=\frac{|比較する群の平均値の差|}{\sqrt{群内平均平方/各群のデータ数n}}$$

$q_{\alpha,\,k,\,df}$ と比較し大きければ差が有意

α:有意水準
k:比較する群の数
df:群内の自由度（誤差の自由度）

※　一般的には、群内平均平方は誤差項の平均平方

TukeyのHSD法

$$q=\frac{|比較する群の平均値の差|}{\sqrt{群内平均平方/各群のデータ数n}}\geq q_{\alpha,k,df}$$

$$HSD=q_{\alpha,k,df}\times\sqrt{群内平均平方/各群のデータ数n}$$

$$|比較する群の平均値差|\geq HSD$$

81

6. 変数変換

- データと心理量の関係を線型関係に近づける
- 統計処理の前提条件を満足させる

線型変換

- 標準得点
- 一次関数変換

非線型変換

- 逆数変換
- 開平変換
- 対数変換
- 角変換

82

非線型変換	用途	変換式
逆数変換	測定値と心理学的量が逆数関係	$y = 1/T$
開平変換	ポワソン分布	$y = \sqrt{N}$ $y = \sqrt{N + 0.5}$
対数変換	ポワソン分布よりもさらに偏りが激しい	$y = \log T$
角変換	比率データ	$y = \sin^{-1} \sqrt{P}$

7．実験計画法

Fisherの３原則

- 反復
  誤差分散の評価
- 無作為化
  系統誤差を偶然誤差へ転化
- 局所管理
  系統誤差の除去

完全無作為化法

乱塊法
ラテン方格法

完全無作為化法

a_1	a_2	a_3
1	2	4
3	6	8
5	7	9

乱塊法

a_1	a_2	a_3
1	2	3
5	4	6
9	7	8

ラテン方格法

a_1	a_2	a_3
1	2	3
6	4	5
8	9	7

85

対応がない分散分析	完全無作為デザイン	参加者間分散分析
対応がある分散分析	ランダムブロックデザイン	
	反復測定デザイン	参加者内分散分析

86

２要因参加者内分散分析の構造

総平方和S_T＝　要因Aの平方和S_A
＋要因Bの平方和S_B
＋交互作用の平方和$S_{A \times B}$
＋個人差の平方和S_S
＋要因Aに対する誤差の平方和$S_{S \times A}$
＋要因Bに対する誤差の平方和$S_{S \times B}$
＋交互作用に対する誤差の平方和$S_{S \times A \times B}$

87

２要因参加者内計画の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F値
個人差S	S_S	df_S	$V_S=S_S/df_S$	
A	S_A	df_A	$V_A=S_A/df_A$	$V_A/V_{S\times A}$
S×A	$S_{S\times A}$	$df_{S\times A}$	$V_{S\times A}=S_{S\times A}/df_{S\times A}$	
B	S_B	df_B	$V_B=S_B/df_B$	$V_B/V_{S\times B}$
S×B	$S_{S\times B}$	$df_{S\times B}$	$V_{S\times B}=S_{S\times B}/df_{S\times B}$	
A×B	$S_{A\times B}$	$df_{A\times B}$	$V_{A\times B}=S_{A\times B}/df_{A\times B}$	$V_{A\times B}/V_{S\times A\times B}$
S×A×B	$S_{S\times A\times B}$	$df_{S\times A\times B}$	$V_{S\times A\times B}=S_{S\times A\times B}/df_{S\times A\times B}$	
全体	S_T	df_T		

88

１要因に対応がなく、１要因に対応がある２要因分散分析（混合計画）の構造

要因Aに対応がなく、要因Bに対応がある場合

総平方和S_T＝　要因Aの平方和S_A
＋個人差の平方和S_S
→ 参加者間

＋要因Bの平方和S_B
＋交互作用の平方和$S_{A\times B}$
＋個人内の平方和$S_{S\times B}$
→ 参加者内

２要因参加者内計画の分散分析表

89

要因	平方和	自由度	平均平方	F値
A	S_A	df_A	$V_A=S_A/df_A$	V_A/V_S
個人差S	S_S	df_S	$V_S=S_S/df_S$	
B	S_B	df_B	$V_B=S_B/df_B$	$V_B/V_{S\times B}$
A×B	$S_{A\times B}$	$df_{A\times B}$	$V_{A\times B}=S_{A\times B}/df_{A\times B}$	$V_{A\times B}/V_{S\times B}$
S×B	$S_{S\times B}$	$df_{S\times B}$	$V_{S\times B}=S_{S\times B}/df_{S\times B}$	
全体	S_T	df_T		